

## TP2 – Filtrage optimal

**Indication :** une archive contenant un fichier de données utile au TP est à récupérer sur la page web suivante : <http://www.syncpoint.fr/#Teaching>

Soit  $x(t)$  le signal que l'on cherche à estimer. On dispose d'une version bruitée  $y(t)$  de ce signal tel que  $y(t) = x(t) + b(t)$  où  $b(t)$  est un bruit indépendant du signal, centré et stationnaire.

1. Rappeler le principe du *filtrage inverse*. Quel lien existe t'il entre le filtrage inverse et le filtrage de Wiener ?
2. Donner l'expression de la réponse fréquentielle  $H_*$  du filtre optimal  $h_*$  (au sens du filtrage de Wiener) en fonction des densités spectrales du bruit et du signal bruité :

$$\begin{aligned}\Gamma_b(f) &= \mathbb{E} \{ |B(f)|^2 \}, \\ \Gamma_y(f) &= \mathbb{E} \{ |Y(f)|^2 \},\end{aligned}$$

où  $B$  et  $Y$  sont les transformées de Fourier de  $b$  et  $y$ .

3. Dans MATLAB, charger le fichier `audio.mat` de l'archive (lien au début du sujet) :

```
load audio.mat;
```

Cette commande importe les variables `x` (signal audio) et `Fs` (fréquence d'échantillonnage). Afficher le signal en fonction du temps avec `plot`, et écouter le avec `soundsc`.

4. Générer  $y$  à partir de  $x$  en considérant un bruit blanc Gaussien de variance  $\sigma^2 = 5 \cdot 10^{-3}$ . Afficher les observations résultantes et écouter le signal bruité.
5. A l'aide de la fonction `pwelch`, estimer  $\Gamma_b(f)$  et  $\Gamma_y(f)$  en utilisant une fenêtre de hanning de taille 128 et un *overlap* de 32.

En déduire la réponse fréquentielle du filtre optimale  $H_*(f)$ .

Tracer  $\Gamma_b$ ,  $\Gamma_y$  et  $H_*$  sur le même graphe, et commenter la forme de  $H_*$ .

6. Calculer le signal estimé  $\hat{x}$  en appliquant d'abord le filtre optimal dans l'espace de Fourier, puis en repassant dans l'espace réel à l'aide de la transformée de Fourier inverse (fonction `ifft`).
7. Comparer de manière visuelle et auditive le signal original  $x$  et le signal reconstruit  $\hat{x}$ . Commenter les résultats obtenus.